Aplicación de la teoría de juegos para conocer el punto de equilibrio en las estrategias comerciales de dos empresas

Application of game theory to determine the break-even point in the business strategies of two companies

DOI: 10.46932/sfjdv3n1-008

Received in: Dec 30st, 2021

Accepted in: Jan 1th, 2022

Marcel Oswaldo Méndez-Mantuano

Magíster en Gestión Ambiental
Instituto Superior Tecnológico Juan Bautista Aguirre
Daule – Ecuador
E-mail: mmendezm.istjba@gmail.com

Pacha Minoni Chiriboga Peña

Ingeniera Comercial
Instituto Superior Técnico Rey David
Daule – Ecuador
E-mail: pachaminoni07@hotmail.es

Amanda Yolanda Lozada Valdez

Ingeniera en Sistemas Computacionales
Instituto Superior Técnico Rey David
Daule - Ecuador
E-mail: ami.yolv@gmail.com

Ángel Raul Huayamave Rosado

Ingeniero Agrónomo
Instituto Superior Tecnológico Juan Bautista Aguirre
Daule – Ecuador
E-mail: angelhuayamave10@hotmail.com

Mariuxi Yomaira Olvera Morán

Magister en Sistemas Integrados de Gestión
Instituto Superior Tecnológico Juan Bautista Aguirre
Daule – Ecuador
E-mail: mariuxi_olvera@hotmail.com

Alba Alexandra Rugel Salas

Técnica en Planificación y Gestión del Tránsito
Instituto Superior Técnico Rey David
Daule - Ecuador
E-mail: alexarygel5@hotmail.com

RESUMEN

Como una aliada en la administración estratégica surge la Teoría de Juegos, la cual, es una herramienta predictiva del comportamiento racional entre participantes (jugadores, competidores, etc.), ya que a nivel productivo existe la necesidad de conocer la interacción generada entre las empresas, para así establecer las mejores estrategias que permitan lograr las mayores ganancias. El presente trabajo investigativo analiza la aplicación teórico-práctica de postulados de la Teoría de Juegos en dos empresas productoras de arroz, para determinar el punto de equilibrio entre las diferentes estrategias, donde esta hipotética situación permite alcanzar los mayores resultados posibles y donde ninguno de los jugadores posee impulsos para cambiar la estrategia, ya que una modificación representaría la reducción de las ganancias proyectadas. Para determinar el punto de equilibrio se aplicaron las metodologías matemáticas de las estrategias puras (dominantes, maximin) y mixtas. La investigación aplicó un enfoque cuantitativo, donde se realizó un análisis numérico de los resultados de los niveles de pérdida o ganancia al realizarse publicidad y de los 5 diferentes niveles de descuentos; el diseño fue de campo, debido a que los datos provienen de fuentes primarias; adicionalmente el alcance fue descriptivo, ya que únicamente se detallan las proyecciones hipotéticas dadas por las empresas y no se abordan las causas – efectos de estas. Se pudo esclarecer que las puras simplifican la determinación del resultado óptimo, sin embargo, existen casos donde es necesario la utilización de las mixtas para determinar las posibilidades factibles dentro de un grupo de estrategias disponibles.

Palabras claves: estrategias dominantes, estrategias maximin, estrategias mixtas, estrategias puras, punto de equilibrio, teoría de juegos.

ABSTRACT

As an ally in strategic management arises the Game Theory, which is a predictive tool of rational behavior between participants (players, competitors, etc.), since at a productive level there is a need to know the interaction generated between companies, to establish the best strategies to achieve the highest profits. This research work analyzes the theoretical-practical application of Game Theory postulates in two rice-producing companies, to determine the equilibrium point between the different strategies, where this hypothetical situation allows the highest possible results to be achieved and where none of the Players have impulses to change strategy, since a modification would represent a reduction in projected earnings. To determine the equilibrium point, the mathematical methodologies of pure (dominant, maximin) and mixed strategies were applied. The research applied a qualitative approach, where a numerical analysis was carried out of the results of the levels of loss or profit when advertising was carried out and of the 5 different levels of discounts; the design was field, because the data come from primary sources; Additionally, the scope was descriptive, since only the hypothetical projections given by the companies are detailed and their causes - effects are not addressed. It was possible to clarify that the pure ones simplify the determination of the optimal result, however, there are cases where it is necessary to use the mixed ones to determine the feasible possibilities within a group of available strategies.

Keywords: dominant strategies, maximin strategies, mixed strategies, pure strategies, equilibrium point, game theory.

1 INTRODUCCIÓN

En la actualidad, la teoría de juegos representa una de las principales áreas de investigación para ciencias como la economía de mercado, la biología, la filosofía e incluso en ciencias sociales; ya que existe un campo amplio de aplicaciones para los axiomas que emergen de esta disciplina. Estos postulados

expresan situaciones donde los posibles resultados dependen de las decisiones individuales de los participantes en un determinado lapso, guardando similitudes con los denominados juegos de mesa. También se la considera como una herramienta predictiva del comportamiento estratégico de los participantes, los cuales actúan motivados por la obtención máxima de sus beneficios o utilidades, donde paralelamente suponen que los otros participantes también optan por las mejores estrategias que conciban los mayores resultados posibles (Ovares, Solis, Alvarado, Ortiz, & Zamora, 2014).

Los orígenes de la teoría se encuentran en el anhelo del matemático John Neumann de conocer varios aspectos del póquer, por ejemplo, la forma en que los jugadores intentaban dar pistas falsas usando las reglas del juego, las cuales no eran triviales, sino códigos estructurados para obtener beneficios. Empezó su análisis en los años 20, culminando aproximadamente 25 años después, y se enfocó en la investigación de la estructura matemática del póquer y de otros juegos comunes de la época, concluyendo que muchos teoremas podían aplicarse en la economía, las políticas y otras áreas que posean relación con la vida cotidiana e inclusive en el ámbito bélico (Gastaldi, Urrea, & Fernández, 1998).

A nivel empresarial, también existe la necesidad de conocer las interacciones entre los sujetos que permitan lograr las mejores decisiones, con el objetivo de reducir las pérdidas económicas o de infraestructura. Por ello, la teoría de juegos se erige como una herramienta matemática que ayuda a sustentar las decisiones a nivel empresarial, ya que dan respuestas a las interrogantes sobre las mejores decisiones estratégicas disponibles frente a un posible conflicto entre las partes (Zapardiel, 2014).

La teoría de juegos *“organiza y precisa los principios del proceso de toma de decisiones estratégicas para la gestión de una empresa que interactúa con la competencia, sus trabajadores, clientes, consumidores y stakeholders”*. Esta teoría otorga principios básicos para estructurar y ordenar de manera eficiente todas las estrategias disponibles, no obstante, los resultados obtenidos no son infalibles o irrefutables, por lo cual, la experiencia y la intuición también son elementos que deben acompañar a los resultados que proyectan las premisas numéricas. Las organizaciones evalúan las acciones racionales de las competencias de acuerdo con las opciones disponibles, de tal manera que los resultados dependen de las acciones de la contraparte y viceversa (Tarziján & Paredes, 2006).

Esta dependencia recíproca de las acciones y decisiones entre las organizaciones o empresas puede darse de forma simultánea, secuencial o ambas, por ejemplo, cuando la interacción es simultánea las empresas deben tomar decisiones rápidas y dentro de cortos lapsos de tiempo entre sí, donde no es posible determinar las acciones que tomará la otra parte. En el mejor de los casos, se alcanzará el denominado “equilibrio”, el cual se traduce como la elección de la mejor estrategia, derivada de la estrategia escogida por la contraparte. La interacción secuencial se caracteriza por toma de decisiones de manera anticipada de una empresa u organización, es decir de forma sucesiva (con respecto a la otra), donde cada una de

ellas espera “su turno” para posteriormente ejecutar su decisión de forma analítica (Fernández & Diez, 2017).

Los inventores de la teoría de juegos fueron el matemático húngaro John Neumann y el economista austriaco Oscar Morgenstern, quienes en el libro de 1944 *“Teoría de juegos y conducta económica”* detallan el método que permite modelar las situaciones conflictivas del mundo, las cuales guardaban similitud a los juegos de salón. En el mismo libro, se denomina juego a la representación formal de una interacción en la que existen estrategias racionales, cuyas situaciones benéficas dependen no sólo de las acciones propias sino de las acciones de los otros individuos. Por lo tanto, la resolución del juego es la óptima respuesta dentro de las diferentes estrategias que se pueden realizar, de tal manera que existan las mayores ganancias para el jugador. También el juego es un conjunto de objetos abstractos, de los cuales se espera un comportamiento similar a un objeto real que se pretende modelar (Gorbaneff, 2002).

Los juegos poseen elementos indispensables, donde intervienen los jugadores, las estrategias, las ganancias y las reglas, los cuales permiten la modelación y la interpretación de los resultados en un determinado campo. Por su parte, los jugadores son agentes que toman decisiones estratégicas, los mismos que analizan de manera racional las alternativas disponibles y optarán por aquellas que les otorguen mayores beneficios. Las estrategias son los planes o acciones para ejecutar de parte de los jugadores dentro del juego, de tal manera que se maximicen las ganancias netas esperadas. Las estrategias son puras cuando una decisión se la realiza con certeza o con mínimas dudas, por el contrario, son mixtas cuando una decisión tiene componentes de incertidumbre. Las ganancias son definidas como los rendimientos obtenidos por cada uno de los jugadores una vez que culmina el juego, es decir, son las utilidades o beneficios. Las reglas son el conjunto de condiciones o directrices que se establecen antes del juego, con el objetivo de conocer el proceder y los límites permisibles por los jugadores. A nivel empresarial las reglas son las limitaciones físicas, estructurales, económicas que presenta la organización dentro del juego (Zapardiel, 2014).

Existen varios tipos de estrategias en la teoría de juegos, por ello únicamente se analizarán las estrategias dominantes y dominadas, las estrategias maximin y las estrategias mixtas. Las de tipo dominantes son aquellas que optan las empresas de manera independiente de las decisiones que tomen los rivales, en otras palabras, son aquellas que se consideran alcanzarán los mejores rendimientos, no obstante, existen variables que al contemplarse pueden limitar de manera considerable los resultados. Cuando ambos jugadores plantean este tipo de estrategias, se denomina equilibrio de estrategias dominantes, donde cada uno de ellos plantea acciones individuales, independientes de las acciones de sus rivales. Por el contrario, las estrategias dominadas son todas las peores estrategias posibles, dado que no garantizan la máxima utilidad, consecuentemente de manera racional no se opta por ellas (De Armas, 2018).

John von Neumann (1903–1957) expresaría formalmente la estrategia *minimax*, la cual consiste en “*un juego de suma cero entre dos jugadores, donde cada jugador conoce el número finito de estrategias de su oponente, es posible aplicar una estrategia racional que permite a ambos jugadores minimizar la pérdida máxima esperada. Para esto cada jugador sólo debe escoger aquella estrategia que tiene la recompensa más alta entre los pagos más bajos ofrecidos por todas sus estrategias. Esto garantiza que la pérdida a sufrir no será mayor al valor de esa recompensa que resulta ser la más baja de las máximas esperadas*”. Derivadas de las premisas anteriores, la estrategia maximin es aquella que “*maximiza la ganancia mínima que puede ser obtenida*”, cuya ventaja consisten en la eliminación de la mayoría de los riesgos, ya que se considera una estrategia conservadora, sin embargo, no maximiza los resultados positivos o beneficios para la empresa (Pindyck & Rubinfeld, 2009).

Los dos tipos de estrategias anteriormente citadas son consideradas estrategias puras, ya que únicamente los jugadores escogen una determinada alternativa o realizan una acción específica, sin embargo, en el mundo comercial, así como en los juegos de mesas, las estrategias puras no siempre son las más recomendables. Las estrategias mixtas, son aquellas que consienten la elección aleatoria de las posibles opciones de parte de los jugadores, los cuales se basan en un conjunto de probabilidades factibles (Pindyck & Rubinfeld, 2009).

La teoría de equilibrio, punto de equilibrio o equilibrio de Nash, es aquella situación en la que ninguno de los jugadores posee motivos para cambiar una estrategia determinada, ya que un cambio representaría una reducción en las ganancias. Estas decisiones son de manera racional, estratégicas y en algunos casos muy cautelosas, de tal manera que se obtenga toda la información necesaria y oportuna para la elección de la mejor estrategia (Gutiérrez, 2012). Lograr el equilibrio a nivel empresarial conlleva que las empresas consideren precios por encima de los costos que superan el coste marginal de las operaciones, lo que se traduce en que los precios sean competitivos. En una economía abierta existen varios actores y complejos sistemas entrelazados, por lo tanto, es posible que no exista un único punto de equilibrio, sino múltiples y dependen de la información y de las dinámicas en las estrategias aplicadas en los juegos de forma no cooperativa. En las estrategias mixtas, al no existir un punto de equilibrio se debe determinar el valor del juego, siendo este el porcentaje de cada una de las estrategias de ambos jugadores (Tenorio & Martín, 2015).

La presente investigación tiene como propósito conocer el punto de equilibrio de las estrategias comerciales de dos empresas productoras de arroz del cantón Daule (Ecuador). Dicho fin se obtendrá a través de la realización de “matrices de ganancias estratégicas” en la reducción de precios y en la realización de publicidad de las dos empresas. El insumo anteriormente indicado ayudará a establecer el punto de equilibrio a través de las metodologías de las estrategias dominantes y dominadas, maximin y estrategias mixtas.

2 METODOLOGÍA

Los análisis se los efectuaron bajo inferencias de un mercado duopolista, el cual es un modelo de competencia caracterizado por la existencia de dos empresas productoras que controlan la totalidad de un mercado concreto, a través de la fijación conjunta de los precios. Esta generalización fue necesaria, ya que los postulados analizados de la teoría de juegos se basan en los resultados de las estrategias entre dos jugadores (competidores). Esto podría crear la percepción que los análisis generados en la investigación no son realistas, incluso innecesarios, debido a que el comportamiento del mercado (en la mayoría de los casos) no depende únicamente de dos empresas, sino de muchas, creando las condiciones para la fijación de precios a través de la oferta y la demanda. Sin embargo, la estimación y estudio de las mejores estrategias deberían ser un elemento primordial cognitivo en quienes realicen la gerencia dentro de una unidad productiva, ya que la correcta interpretación de las estrategias ayudaría a obtener los mayores resultados posibles (ganancias). Por lo tanto, en un mercado oligopolista es posible realizar un análisis duopolista, con el objetivo de conocer los posibles resultados entre los competidores próximos.

La aplicación práctica de elementos de la “Teoría de Juegos” fueron realizados en dos empresas productoras de arroz (empresa A y empresa B), ubicadas en el cantón Daule de la provincia del Guayas (Ecuador). Por cuestiones de confidencialidad no se detallan los nombres ni la ubicación específica de cada una de ellas.

Se realizaron dos entrevistas a los gerentes de las empresas, en la primera se detallaron los objetivos de la investigación, así como los factores necesarios para la recolección de la información, donde se solicitó la estimación de los niveles porcentuales de las ganancias o pérdidas que alcanzaría la empresa si optara (o no optara) por la realización de publicidad de su producto, donde los resultados reflejarán la situación hipotética a un año (a 365 días desde el análisis de los resultados). Adicionalmente se solicitó la realización de la estimación de las ganancias o pérdidas de la empresa al aplicar 5 niveles de descuentos (0 %, 3 %, 5 %, 8 % y 10 %), suponiendo que su contraparte también aplicaría uno de los equivalentes 5 niveles de descuento (ninguna empresa conocía los valores estimados por la contraparte). En la segunda entrevista se recolectó la información antes descrita.

La investigación fue desarrollada con un enfoque cuantitativo, donde se realizó la tabulación de los porcentajes de ganancias o pérdidas que obtendrían las dos empresas en un año, al considerar la realización (o no realización) de publicidad; adicionalmente se efectuó la proyección de ganancias y pérdidas que tendrían estas dos empresas con 5 diferentes descuentos. Con las herramientas matemáticas-metodológicas de las estrategias dominantes y maximin se determinó el punto de equilibrio en cada una de ellas, por su parte, en las estrategias mixtas se estableció el valor del juego; con el objetivo de estimar la posición ideal que genere los mejores resultados para las empresas objeto de estudio. El diseño fue de campo, ya que la información generada proviene de fuentes directas, donde las proyecciones numéricas

resultantes derivan de la aplicación de herramientas teóricas matemáticas, estadísticas y económicas. El alcance es de tipo descriptivo, ya que únicamente se detalla el punto de equilibrio a través de las estrategias dominantes, maximin y mixtas y no se abordan las causas-efectos de los constitutivos de las matrices de ganancias o del punto de equilibrio.

3 RESULTADOS

3.1 DETERMINACIÓN DEL PUNTO DE EQUILIBRIO A TRAVÉS DE LA ESTRATEGIA DOMINANTE EN LA MATRIZ DE GANANCIA AL REALIZAR O NO REALIZAR PUBLICIDAD

Tal como fue mencionado previamente, las dos empresas (A y B) objeto de estudio realizan similar actividad económica, la cual es producir “arroz pilado” derivado del arroz en cáscara para diferentes sectores del cantón Daule e incluso fuera del mismo, donde se les preguntó a los responsables de estas empresas, cuál podría ser el nivel de ganancia y pérdida que obtendrían en un año al realizar o no realizar publicidad para su producto. Obteniéndose la siguiente matriz de ganancias:

Tabla 1. Matriz de ganancia en un año al realizar o no realizar publicidad simultánea para la empresa A y B

		Empresa B	
		Hacer publicidad	No hacer publicidad
Empresa A	Hacer publicidad	8 - 10	15 - 5
	No hacer publicidad	3 - 20	3 - 5
Los valores numéricos en color azul representan la hipotética ganancia de la empresa A y los valores numéricos en color rojo representan la hipotética ganancia de la empresa B			

Los valores numéricos representan el hipotético incremento porcentual que existiría en la venta de su producto, de aplicarse (o no) una estrategia de publicidad simultánea en ambas empresas. Cabe señalar que en la entrevista se mencionó que la estrategia consistía en la realización de publicidad a través de redes sociales, prensa local escrita y prensa local televisiva.

Al observar la Tabla 1, surge la pregunta ¿qué estrategia deberán elegir cada empresa para obtener los mejores resultados posibles?

También fue indicado que el punto de equilibrio es la posición o estado en la que ningún jugador racional (o empresa) cambiará su estrategia, ya que de hacerlo tendría una reducción de las ganancias netas (Bouza-Herrera, 2017).

La estrategia dominante consiste en la elección de las mejores alternativas en base a los resultados obtenidos (o por obtener), independientemente de lo que realice su contraparte. Con este planteamiento, los mejores resultados para la empresa A (en forma de fila), se alcanzan siempre que realiza publicidad, sin importar lo que realice la empresa B, es decir, logra 8 % cuando la empresa B hace publicidad y 15 % cuando la empresa B no lo hace. Por su parte, la empresa B obtiene los mejores resultados (en forma de

columnas) cuando esta también realiza publicidad, logrando un 10 % si la empresa A hace publicidad y 20 % si no lo hace la empresa A.

Estos resultados son mejor observables al realizarse una suma de las ganancias de ambas empresas, de la siguiente manera:

Tabla 2. Matriz suma de ganancia en un año al realizar o no realizar publicidad simultánea para la empresa A y B

		Empresa B	
		Hacer publicidad	No hacer publicidad
Empresa A	Hacer publicidad	18	20
	No hacer publicidad	23	8

Estos resultados podrían generar una falsa interpretación de punto de equilibrio, llegando a la conclusión errónea que la empresa A no debe realizar publicidad y la empresa B si debe hacerlo, ya que la mayor ganancia (23) se obtiene con esta combinación de estrategias. Para evitar este error en la determinación del punto de equilibrio con estrategia dominante, debemos añadir otro criterio a la matriz de suma de ganancias (tabla anterior), el cual consiste en la determinación de la diferencia de unidades porcentuales existentes entre el valor máximo de la casilla y mínimo de la misma casilla, de la siguiente manera:

Tabla 3. Matriz diferencia de ganancia en un año al realizar o no realizar publicidad simultánea para la empresa A y B

		Empresa B	
		Hacer publicidad	No hacer publicidad
Empresa A	Hacer publicidad	2	10
	No hacer publicidad	17	2

Los resultados más próximos entre sí, es cuando las empresas A y B realizan publicidad y cuando la empresa A no la realiza, pero la empresa B si lo hace. Esta última estrategia combinada (de A y B), aunque muestra menor diferencia, no representa un punto de equilibrio, ya que la suma de ganancias es únicamente 8 unidades porcentuales.

Por lo tanto, el punto de equilibrio con la estrategia dominante es cuando la empresa A y la empresa B realizan publicidad, independientemente de lo realizado por su contraparte empresarial.

3.2 DETERMINACIÓN DEL PUNTO DE EQUILIBRIO A TRAVÉS DE LA ESTRATEGIA MAXIMIN EN LA MATRIZ DE GANANCIA AL REALIZAR O NO REALIZAR PUBLICIDAD

La estrategia maximin es considerada una de las más conservadoras, ya que las decisiones del contrario pueden ser limitantes, donde los jugadores tratan de maximizar sus mínimas pérdidas, por lo tanto, se seleccionan los resultados mínimos y de ellos se selecciona el máximo o mayor.

En las estrategias dominantes la aplicación de las estrategias es de forma unilateral, mientras que en la estrategia maximin se asume que la contraparte conoce la hipotética ganancia que se obtendría, por ello, los involucrados tratan de no realizar riesgos que comprometen la estabilidad financiera de la empresa o institución.

Para determinar el maximin de la empresa A, se seleccionan los valores mínimos de las filas, posteriormente se selecciona el valor máximo entre los anteriores. El mismo procedimiento se lo realiza para la empresa B, pero vistos los valores mínimos de las columnas, y de ellos se selecciona el mayor. De la siguiente manera:

Tabla 4. Matriz de suma ganancia con estrategia maximin

		Empresa B			
		Hacer publicidad	No hacer publicidad	Mínimo	Máximo
Empresa A	Hacer publicidad	8 - 10	15 - 5	8	8
	No hacer publicidad	3 - 20	3 - 5	3	
	Mínimo	10	5		
	Máximo	10			

La celda que posea un valor de 8 para la empresa A y un valor de 10 para la empresa B corresponderá a la estrategia óptima que deben aplicar las dos empresas para obtener los mejores resultados.

Por lo tanto, el punto de equilibrio con la estrategia maximin es cuando la empresa A y la empresa B realizan publicidad.

3.3 DETERMINACIÓN DEL PUNTO DE EQUILIBRIO A TRAVÉS DE LAS ESTRATEGIAS MIXTAS EN LA MATRIZ DE GANANCIA AL REALIZAR O NO REALIZAR PUBLICIDAD

En algunos casos no existe un punto de equilibrio en las estrategias puras (dominantes y maximin), por lo tanto, es necesario aplicar estrategias mixtas, en las que los jugadores eligen aleatoriamente entre dos o más opciones posibles, basándose en un conjunto de probabilidades elegidas (Pindyck & Rubinfeld, 2009).

Como fue indicado, la utilización de estas estrategias dependerá de la no existencia de un punto de equilibrio en las estrategias puras, es decir, las mixtas dan soluciones a los juegos cuando las puras fallan. De existir un punto de equilibrio, los resultados pueden ser confusos, ya que en la vida real los competidores no fijan estrategias de forma aleatoria como lo proponen este tipo de estrategias.

3.4 DETERMINACIÓN DEL PUNTO DE EQUILIBRIO A TRAVÉS DE LA ESTRATEGIA DOMINANTE EN LA MATRIZ DE GANANCIA AL APLICAR DIFERENTES NIVELES DE DESCUENTOS

Los datos que se presentan a continuación, aunque poseen elementos subjetivos, derivan de un análisis previo realizado por las empresas objeto de estudio, a quienes se les solicitó que determinen una aproximación cuantitativa del número de unidades esperadas (UE) de sacas de 100 libras de arroz que se venderían de manera diaria al aplicar 4 diferentes descuentos (3 %, 5 %, 8 % y 10 %), además se añadió el valor actual de ventas como referencial existente que no posee descuento (0 %).

La empresa A tiene una capacidad máxima productiva de 55 sacas/día, por su parte la empresa B tiene una capacidad máxima productiva cercana a las 120 sacas/día. El incremento o reducción de la proyección en ventas, de acuerdo con los niveles de descuento varían respecto a los procesos productivos inherentes en cada una de las dos empresas procesadoras de arroz. Por lo cual, los valores proyectados son aproximaciones basadas en la experiencia previa y en la aplicación de métodos internos de estimaciones de ventas (no detallados por las empresas).

A continuación, se presentan la matriz de ganancia para la empresa A y B, cabe mencionar que estos valores representan las unidades de sacas de arroz que hipotéticamente obtendrían al aplicar los 5 niveles de descuento anteriormente indicados:

Tabla 5. Matriz de ganancias de la empresa A al aplicar diferentes niveles de descuentos

		Empresa B				
Empresa A		0	3	5	8	10
	0	55	50	43	30	25
	3	58	58	54	45	40
	5	66	65	65	63	70
	8	80	70	75	70	75
	10	90	80	90	85	80

Tabla 6. Matriz de ganancias de la empresa B al aplicar diferentes niveles de descuentos

		Empresa B				
Empresa A		0	3	5	8	10
	0	120	128	130	140	170
	3	112	125	128	135	160
	5	105	118	130	130	155
	8	90	110	130	120	150
	10	75	90	135	100	150

La interrelación de las dos matrices de ganancia de la empresa A y la empresa B es:

Tabla 7. Matriz de interrelación de ganancias de las empresas A y la empresa B

		Empresa B				
		0	3	5	8	10
Empresa A	0	55 - 120	50 - 128	43 - 130	30 - 140	25 - 170
	3	58 - 112	58 - 125	54 - 128	45 - 135	40 - 160
	5	66 - 105	65 - 118	65 - 130	63 - 130	70 - 155
	8	80 - 90	70 - 110	75 - 130	70 - 120	75 - 150
	10	90 - 75	80 - 90	90 - 135	85 - 100	80 - 150

Tal como se lo realizó previamente, para establecer la dominancia de alguna de las estrategias es necesario establecer una matriz suma y una matriz diferencia de ganancia entre las unidades esperadas, de la siguiente manera:

Tabla 8. Matriz suma de ganancia para la empresa A y B al aplicar diferentes niveles de descuentos

		Empresa B				
		0	3	5	8	10
Empresa A	0	175	178	173	170	195
	3	170	183	182	180	200
	5	171	183	195	193	225
	8	170	180	205	190	225
	10	165	170	225	185	230

En la matriz anterior, se detallan los 4 valores más altos, para indicar cuales son las estrategias conjuntas en las cuales existe un mayor nivel de ganancia para las dos empresas.

Tabla 9. Matriz diferencia de ganancia para la empresa A y B al aplicar diferentes niveles de descuentos

		Empresa B				
		0	3	5	8	10
Empresa A	0	65	78	90	110	145
	3	54	67	74	90	120
	5	39	53	65	67	85
	8	10	40	55	50	75
	10	15	10	45	15	70

En la matriz anterior existe una correlación de la disminución de los valores de entre las filas (de derecha-izquierda) y las columnas (de arriba-abajo), existiendo mayor variabilidad en la última fila. Sin embargo, no existe una intersección entre las celdas de la matriz suma con la matriz diferencia, por lo tanto, no existe un punto de equilibrio que determine una estrategia combinada para las empresas A y B.

3.5 DETERMINACIÓN DEL PUNTO DE EQUILIBRIO A TRAVÉS DE LA ESTRATEGIA MAXIMIN EN LA MATRIZ DE GANANCIA AL APLICAR DIFERENTES NIVELES DE DESCUENTOS

En la empresa A se seleccionan los valores mínimos de cada una de las filas y se selecciona el máximo entre dichos mínimos:

Tabla 10. Matriz de intercepción de ganancias de la empresa A con estrategias maximin

		Empresa B					Mínimos	Máximo
		0	3	5	8	10		
Empresa A	0	55	50	43	30	25	25	80
	3	58	58	54	45	40	40	
	5	66	65	65	63	70	63	
	8	80	70	75	70	75	70	
	10	90	80	90	85	80	80	

Por lo tanto, el maximin para la empresa A es de 80.

Para la empresa B se seleccionan los valores mínimos de cada una de las columnas y se selecciona el máximo entre dichos mínimos:

Tabla 11. Matriz de intercepción de ganancias de la empresa B

		Empresa B				
		0	3	5	8	10
Empresa A	0	120	128	130	140	170
	3	112	125	128	135	160
	5	105	118	130	130	155
	8	90	110	130	120	150
	10	75	90	135	100	150
	Mínimo	75	90	128	100	150
Máximo		150				

Por lo tanto, el maximin para la empresa B es de 150.

El punto de equilibrio a través del maximin será la celda con coordenadas (10, 10), ya que posee un valor de 80 para la empresa A y un valor de 150 para la empresa B (Tabla 7). Esto indica que ambas empresas deberán aplicar un descuento equivalente al 10 % para obtener las mayores ventas de las unidades esperadas.

3.6 DETERMINACIÓN DEL PUNTO DE EQUILIBRIO A TRAVÉS DE LA ESTRATEGIA MIXTA EN LA MATRIZ DE GANANCIA AL APLICAR DIFERENTES NIVELES DE DESCUENTOS (CON RESPECTO A LA EMPRESA A)

Las estrategias mixtas se basan en la aplicación de matrices de suma cero, donde se describe una situación en la que la ganancia o pérdida de un participante se equilibra con exactitud con las pérdidas o

ganancias de los otros participantes. Se llama así porque si se suma el total de las ganancias de los participantes y se resta las pérdidas totales el resultado es cero (Angelotti, 2016).

Para la correcta aplicación de la estrategia mixta, se debe trabajar con los valores de una de las dos empresas, por ello, se seleccionará en primera instancia los datos de la empresa A, donde las ganancias de A representarán las pérdidas para la empresa B.

Tabla 12. Matriz de cambio porcentual de las ganancias de la empresa A con respecto al valor actual. Fuente: Calculador de porcentajes (2021)

		Empresa B				
		0	3	5	8	10
Empresa A	0	0	-9	-22	-46	-55
	3	5	5	-2	-18	-27
	5	20	18	18	15	27
	8	45	27	36	27	36
	10	64	45	64	55	45

La estrategia mixta no permite la evaluación de más de dos estrategias de manera simultánea, por lo tanto, se seleccionan los valores de las estrategias con descuentos del 5 % y 10 %, ya que estos valores representan la interpolación de los otros valores, además estos descuentos son los más comunes según los representantes de las empresas analizadas.

Tabla 13. Matriz simplificada con dos estrategias con respecto a la empresa A

Empresa A		5	10	Tipología
	5	18	27	x ₁
	10	64	45	x ₂
	Tipología	y ₁	y ₂	

En base a la matriz anterior se obtiene las siguientes ecuaciones:

$$18 x_1 + 64 x_2 \text{ (1)}$$

$$27 x_1 + 45 x_2 \text{ (2)}$$

Donde $x_1 + x_2 = 1$

Despejando x_2 en función de x_1 , se obtiene:

$$x_2 = 1 - x_1$$

Reemplazando x_2 en las ecuaciones 1 y 2:

$$18 x_1 + 64 (1 - x_1)$$

$$27 x_1 + 45 (1 - x_1)$$

Eliminando paréntesis:

$$18 x_1 + 64 - 64 x_1$$

$$27 x_1 + 45 - 45 x_1$$

Reduciendo los términos:

$$- 46 x_1 + 64 \text{ (1)}$$

$$- 18 x_1 + 45 \text{ (2)}$$

Se evalúan las dos ecuaciones para $x_1 = 0$ y $x_1 = 1$ y se obtienen las siguientes coordenadas:

Tabla 14. Evaluación de las ecuaciones en 0 y 1

Ecuación	$x_1 = 0$	$x_1 = 1$
$-46 x_1 + 64$	64	18
$-18 x_1 + 45$	45	27

Estos valores son graficados en el siguiente diagrama:

Figura 1. Representación gráfica de las ecuaciones $-46 x_1 + 64$, $-18 x_1 + 45$

Se igualan las ecuaciones para encontrar el valor exacto de x_1 :

$$- 46 x_1 + 64 = - 18 x_1 + 45$$

$$- 46 x_1 + 18 x_1 = 45 - 64$$

$$- 28 x_1 = - 19$$

$$x_1 = 19/28 \text{ (68 \% - valor redondeado)}$$

Con este resultado se infiere el valor de x_2 es:

$$x_2 = 9/28 \text{ (32 \% - valor redondeado)}$$

Lo que implica que la empresa A debe utilizar su estrategia del 5 % de descuento el 68 % de las veces y su estrategia del 10 % de descuento el 32 % de las veces, para obtener el mejor de los resultados.

Al comprobarse los resultados en la herramienta matemática Geogebra, se comprueban los puntos de intersección de las ecuaciones, de la siguiente manera:

Figura 2. Representación de las ecuaciones $-46x_1 + 64$, $-18x_1 + 45$. Fuente: Geogebra (2021)

Para la determinación de la mejor estrategia de la empresa B en base a la matriz de ganancia suma 0 respecto a la empresa A, se realiza el mismo procedimiento, determinándose las dos estrategias y_1 y y_2 (Tabla 13), al asignársele variables se obtiene que:

$$18y_1 + 27y_2 \text{ (1)}$$

$$64y_1 + 45y_2 \text{ (2)}$$

Donde $y_1 + y_2 = 1$

Despejando y_2 en función de y_1 , se obtiene:

$$y_2 = 1 - y_1$$

Reemplazando y_2 en las ecuaciones 1 y 2:

$$18 y_1 + 27 (1 - y_1)$$

$$64 y_1 + 45 (1 - y_1)$$

Eliminando paréntesis:

$$18 y_1 + 27 - 27 y_1$$

$$64 y_1 + 45 - 45 y_1$$

Reduciendo los términos:

$$-9 y_1 + 27 \text{ (1)}$$

$$19 y_1 + 45 \text{ (2)}$$

Se evalúan las dos ecuaciones para $y_1 = 0$ y $y_1 = 1$ y se obtienen las siguientes coordenadas:

Tabla 15. Evaluación de las ecuaciones en 0, 1 y -1

Ecuación	$y_1 = 0$	$y_1 = 1$	$y_1 = -1$
$-9 y_1 + 27$	27	18	36
$19 y_1 + 45$	45	64	26

Al no existir un gráfico correspondiente entre 0 y 1, se procede añadir la evaluación en -1, dando como resultado la siguiente figura:

Figura 3. Representación gráfica de las ecuaciones $-9 y_1 + 27$, $19 y_1 + 45$

Se igualan las ecuaciones para encontrar el valor exacto de y_1 :

$$-9 y_1 + 27 = 19 y_1 + 45$$

$$-9 y_1 - 19 y_1 = 45 - 27$$

$$-28 y_1 = 18$$

$$y_1 = 18/-28 \text{ (- 64 \% - valor redondeado)}$$

Con este resultado se infiere el valor de y_2 es:

$$y_2 = 10/28 \text{ (36 \% - valor redondeado)}$$

El resultado negativo de y_1 ayuda a inferir el valor de y_2 , con este resultado se infiere el valor positivo de y_1 . Lo que implica que la empresa A debe utilizar su estrategia del 5 % de descuento el 64 % de las veces y su estrategia del 10 % de descuento el 36 % de las veces, para obtener el mejor de los resultados.

Al comprobarse los resultados en la herramienta matemática Geogebra, se comprueban los puntos de intersección de las ecuaciones, de la siguiente manera:

El valor del juego es:

Tabla 16. Valor del juego 1

Empresa A		5	10	Tipología
	5	18	27	$x_1 = 19/28$ (68 %)
	10	64	45	$x_2 = 9/28$ (32 %)
	Tipología	$y_1 = 9/14$ (64 %)	$y_2 = 5/14$ (36 %)	1 (100 %)

3.7 DETERMINACIÓN DEL PUNTO DE EQUILIBRIO A TRAVÉS DE LA ESTRATEGIA MIXTA EN LA MATRIZ DE GANANCIA AL APLICAR DIFERENTES NIVELES DE DESCUENTO (CON RESPECTO A LA EMPRESA B)

Ahora se analizarán los datos de la empresa B, donde las ganancias de B representarán las pérdidas para la empresa A (suma 0).

Tabla 17. Matriz de cambio porcentual de las ganancias de la empresa A con respecto al valor actual. Fuente: Calculadora de porcentajes (2021)

		Empresa B				
Empresa A		0	3	5	8	10
	0	0	7	8	17	42
	3	- 7	4	7	13	33
	5	- 13	- 2	8	8	29
	8	- 25	- 8	8	0	25
	10	- 38	- 25	13	- 17	25

Tabla 18. Matriz simplificada con dos estrategias con respecto a la empresa A

	Empresa B		
	5	10	Tipología
	8	29	y_1
	13	25	y_2
Tipología	x_1	x_2	

En base a la matriz anterior se obtiene las siguientes ecuaciones:

$$8 x_1 + 29 x_2 \text{ (1)}$$

$$13 x_1 + 25 x_2 \text{ (2)}$$

Donde $x_1 + x_2 = 1$

Despejando x_2 en función de x_1 , se obtiene:

$$x_2 = 1 - x_1$$

Reemplazando x_2 en las ecuaciones 1 y 2:

$$8 x_1 + 29 (1 - x_1)$$

$$13 x_1 + 25 (1 - x_1)$$

Eliminando paréntesis:

$$8 x_1 + 29 - 29 x_1$$

$$13 x_1 + 25 - 25 x_1$$

Reduciendo los términos:

$$- 21 x_1 + 29 \text{ (1)}$$

$$- 12 x_1 + 25 \text{ (2)}$$

Se evalúan las dos ecuaciones para $x_1 = 0$ y $x_1 = 1$ y se obtienen las siguientes coordenadas:

Tabla 19. Coordenadas para las ecuaciones

Ecuación	$x_1 = 0$	$x_1 = 1$
$- 21 x_1 + 29$	29	8
$- 12 x_1 + 25$	25	13

Figura 5. Representación gráfica de las ecuaciones $- 21 x_1 + 29$, $- 12 x_1 + 25$

Se igualan las ecuaciones para encontrar el valor exacto de x_1 :

$$- 21 x_1 + 29 = - 12 x_1 + 25$$

$$- 21 x_1 + 12 x_1 = 25 - 29$$

$$- 9 x_1 = - 4$$

$$x_1 = 4/9 \text{ (44 \% - valor redondeado)}$$

Con este resultado se infiere el valor de x_2 es:

$$x_2 = 5/9 \text{ (56 \% - valor redondeado)}$$

Lo que implica que la empresa B debe utilizar su estrategia del 5 % de descuento el 44 % de las veces y su estrategia del 10 % de descuento el 56 % de las veces, para obtener el mejor de los resultados.

Al comprobarse los resultados en la herramienta matemática Geogebra, se comprueban los puntos de intersección de las ecuaciones, de la siguiente manera:

Para la determinación de la mejor estrategia de la empresa A en base a la matriz de ganancia suma 0 respecto a la empresa B, se realiza el mismo procedimiento, determinándose las dos estrategias y_1 y y_2 (Tabla 13), al asignársele variables se obtiene que:

$$8y_1 + 13y_2 \text{ (1)}$$

$$29y_1 + 25y_2 \text{ (2)}$$

Donde $y_1 + y_2 = 1$

Despejando y_2 en función de y_1 , se obtiene:

$$y_2 = 1 - y_1$$

Reemplazando y_2 en las ecuaciones 1 y 2:

$$8y_1 + 13(1 - y_1)$$

$$29y_1 + 25(1 - y_1)$$

Eliminando paréntesis:

$$8 y_1 + 13 - 13 y_1$$

$$29 y_1 + 25 - 25 y_1$$

Reduciendo los términos:

$$- 5 y_1 + 13 \text{ (1)}$$

$$4 y_1 + 25 \text{ (2)}$$

Se evalúan las dos ecuaciones para $y_1 = 0$ y $y_1 = 1$ y se obtienen las siguientes coordenadas:

Tabla 20. Coordenadas para las ecuaciones

Ecuación	$y_1 = 0$	$y_1 = 1$	$y_1 = -1$
$- 5 y_1 + 13$	13	8	18
$4 y_1 + 25$	25	29	21

Se igualan las ecuaciones para encontrar el valor exacto de y_1 :

$$- 5 y_1 + 13 = 4 y_1 + 25$$

$$- 5 y_1 - 4 y_1 = 25 - 13$$

$$- 9 y_1 = 12$$

$$y_1 = 12/- 9$$

El valor de la división de y_1 es superior a 1, lo que indica que dicha estrategia es la única opción que considerar. Esto se comprueba en la tabla 18, donde los resultados de las coordenadas 10, 10 son inferiores a los de la coordenada 5, 10, ya que hipotéticamente la primera coordenada mencionada debe ser superior a la segunda, por ello, la metodología desacredita en su totalidad a la estrategia y_2 .

El valor del juego es:

Tabla 21. Valor del juego 2

Empresa B

	5	10	Tipología
5	8	29	$y_1 = 1$ (100 %)
10	13	25	$y_2 = 0$
Tipología	$x_1 = 4/9$ (44 %)	$x_2 = 5/9$ (56 %)	1 (100 %)

4 CONCLUSIONES

El conocimiento de herramientas analíticas-predictivas tiene relevancia en la actual coyuntura económica, ya que existen factores medibles e interpretables que ayudan a lograr los mejores rendimientos posibles, dentro de un conjunto de alternativas factibles. Excluir estos procedimientos podría comprometer la estabilidad integral de una empresa o institución, ya que es habitual la aplicación de alternativas que en primeras instancias parecen efectivas, pero que esconden elementos contraproducentes o erróneos.

Las matrices de ganancias fueron el insumo necesario para determinar el punto de equilibrio con las estrategias dominantes, maximin y mixtas. Estas matrices representan de manera numérica la situación estratégica en forma de una tabla (con filas y columnas). Cada jugador (empresa) se encontraba representado en una parte de esta, el jugador 1 (empresa A) en la parte izquierda y el jugador 2 (empresa B) en la parte superior. Las ganancias o pérdidas de los jugadores se indican en el interior de la tabla, cuyas filas representan las alternativas del jugador 1 y las columnas las alternativas del jugador 2. Las matrices con dimensión 2x2 se aplicaron en la determinación del punto de equilibrio en la hipotética situación de la realización de publicidad; por su parte, las matrices con dimensión 5x5 se emplearon en la estimación del equilibrio con los 5 niveles de descuentos.

El punto de equilibrio juega un papel preponderante en la teoría de juegos, ya que constituye un nivel de racionalidad individual en los jugadores, es decir, las decisiones no son aleatorias, por lo tanto, existen procedimientos a utilizar para tratar de predecir e interpretar las decisiones de la contraparte. Las situaciones que generan ganancias son no cooperativas, por ello, ninguna de las partes posee el interés de apartarse de forma unilateral, en esto constituye el equilibrio.

Los puntos de equilibrio al realizarse publicidad son los siguientes:

1. Con la estrategia dominante, es cuando la empresa A y la empresa B realizan publicidad, independientemente de lo realizado por su contraparte empresarial.
2. Con la estrategia maximin, es cuando la empresa A y la empresa B realizan publicidad.
3. No se pudo determinar el punto de equilibrio con las estrategias mixtas, dada la viabilidad de la estimación de este a través de las estrategias puras.

Los puntos de equilibrio con los 5 niveles de descuentos son los siguientes:

1. No se pudo determinar este factor con la estrategia dominante, ya que no existe una intersección entre las celdas de la matriz suma con la matriz diferencia.
2. Con la estrategia maximin, será la celda con coordenadas (10, 10) de la tabla 7, dado que posee un valor de 80 para la empresa A y un valor de 150 para la empresa B, es decir, que ambas empresas deberán aplicar un descuento equivalente al 10 % para obtener las mayores ventas de las unidades esperadas.

3. Con las estrategias mixtas, el valor del juego respecto a la matriz de ganancia porcentual suma 0 de la empresa A menciona que esta debe utilizar su estrategia del 5 % de descuento el 68 % de las veces y su estrategia del 10 % de descuento el 32 % de las veces para obtener el mejor de los resultados, por su parte, la empresa B debe utilizar su estrategia del 5 % de descuento el 64 % de las veces y su estrategia del 10 % de descuento el 36 % de las veces para obtener el mejor de los resultados. El valor del juego respecto a la matriz de ganancia porcentual suma 0 de la empresa B menciona que la empresa A debe utilizar su estrategia del 5 % de descuento el 100 % de las veces y no aplicar su estrategia del 10 % para obtener el mejor de los resultados, por su parte, la empresa B debe utilizar su estrategia del 5 % de descuento el 44 % de las veces y su estrategia del 10 % de descuento el 56 % de las veces para obtener el mejor de los resultados.

REFERENCIAS

- Angelotti, F. (17 de Marzo de 2016). ¿Conoce los intereses de su CEO, señor accionista argentino?: medidas para reducir los costos de agencia en gobiernos corporativos argentinos. Victoria, Buenos Aires, Argentina: Univeridad de San Andrés. Obtenido de <https://repositorio.udes.edu.ar/jspui/handle/10908/15589>
- Bouza-Herrera, C. (2017). Los modelos teóricos de la economía y la Teoría de Juegos. La Habana: Universidad de la Habana. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/308699723_Los_modelos_teoricos_de_la_economia_y_la_Teoria_de_Juegos
- Calculadora de porcentajes. (2021). Calculadora de porcentajes. Obtenido de [https://www.calcularporcentaje.online/#:~:text=Para%20a%C3%B1adir%20porcentajes%20la%20f%C3%B3rmula,P%2F100\)*V.&text=Para%20calcular%20la%20diferencia%20porcentual,V2%20es%20el%20valor%20final.&text=Con%20un%20resultado%20positivo%2C%20tenemos%20un%20inc](https://www.calcularporcentaje.online/#:~:text=Para%20a%C3%B1adir%20porcentajes%20la%20f%C3%B3rmula,P%2F100)*V.&text=Para%20calcular%20la%20diferencia%20porcentual,V2%20es%20el%20valor%20final.&text=Con%20un%20resultado%20positivo%2C%20tenemos%20un%20inc)
- De Armas, H. (2018). Método para la elaboración de estrategias dominantes SWOT con el empleo del equilibrio de Nash en juegos matriciales de suma cero. *Investigación Operacional*, 39(1), 67-86. Obtenido de <https://rev-inv-ope.univ-paris1.fr/fileadmin/rev-inv-ope/files/39118/39118-06.pdf>
- Fernández, P., & Diez, S. (2017). Aplicaciones de la Teoría de los Juegos en el Proceso de Dirección y Administración Estratégica de Empresas: Marketing e Investigación y Desarrollo. *Espacios*, 38(47), 3-8. Obtenido de <https://www.revistaespacios.com/a17v38n47/a17v38n47p03.pdf>
- Gastaldi, C., Urrea, M., & Fernández, P. (1998). Teoría de la decisión: contribuciones de Von Neumann. *Divulgaciones Matemáticas*. *Divulgaciones Matemáticas*, 6(1), 37-42. Obtenido de http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1315-95182005000300008
- Geogebra. (2021). Calculadora gráfica. Obtenido de <https://www.geogebra.org/graphing?lang=es>
- Gorbaneff, Y. (2002). Teoría de juegos aplicable en administración. *Innovar: Revista de ciencias administrativas y sociales*, 35-44. Obtenido de <http://www.scielo.org.co/pdf/inno/v12n20/v12n20a03.pdf>
- Gutiérrez, G. (2012). Un acercamiento a la Teoría de Juegos. *Científica*, 1(1), 7-26.
- Ovares, A., Solis, J., Alvarado, C., Ortiz, M., & Zamora, V. (17 de Marzo de 2014). Aplicación del Equilibrio de Nash en las Empresas Tomatina y Cándor. 5-8. Escuintla, Escuintla, Guatemala: Universidad Mariano Gálvez de Guatemala. Obtenido de http://celina491.weebly.com/uploads/3/1/9/5/31959441/proyecto_corregido_aplicacin_del_equilibrio_de_nash.pdf
- Pindyck, R., & Rubinfeld, D. (2009). *Microeconomía* (Séptima ed.). Madrid: Pearson Educación.
- Tarziján, J., & Paredes, R. (2006). *Organización Industrial para la estrategia empresarial* (Segunda ed.). México: Pearson Educación. Obtenido de <https://elvisjgblog.files.wordpress.com/2018/02/organizacion-industrial-para-la-estrategia-empresarial-jorge-tarzijan-pearson-2da-edicion-140109191519-phpapp02.pdf>
- Tenorio, Á., & Martín, A. (2015). Un paseo por la historia de la Teoría de Juegos. *Boletín de Matemáticas*, 22(1), 77-95. Obtenido de <https://revistas.unal.edu.co/index.php/bolma/article/view/51847>
- Zapardiel, C. (17 de Marzo de 2014). La Teoría de los Juegos y sus aplicaciones en la economía actual. 18-20. Madrid, Madrid, España: Univrsidad Pontificia Comillas. Obtenido de <https://repositorio.comillas.edu/rest/bitstreams/1184/retrieve>