

La variación física y el uso de las MEA para la comprensión del concepto de función en estudiantes de Ingeniería

Physical variation and the use of MEA for understanding the concept of function in engineering students

DOI: 10.46932/sfjdv2n3-005

Received in: May 1st, 2021

Accepted in: Jun 30th, 2021

Pedro Cruz Ortega

Mtro. en Educación matemática
Instituto Tecnológico Superior Tepexi
E-mail: pethernash@gmail.com

RESUMEN

En el presente trabajo, se reportan los resultados de una intervención educativa la cual tuvo como propósito analizar la generación del concepto matemático denominado función el cual debe construirse por estudiantes de Ingeniería. Se aborda el tema, utilizando en primera instancia la variación física y posteriormente Actividades Reveladoras del Pensamiento (MEA) por sus siglas en el idioma inglés.

Las MEA permiten visualizar el desarrollo del conocimiento a partir de las experiencias generadas mediante la experimentación y la propia capacidad de nuestros estudiantes para la generación e interpretación de datos que sirven para caracterizar a fenómenos físicos tales como “variación y cambio”. La investigación parte de la pregunta central: ¿Puede la variación física ayudar a un estudiante a comprender el concepto de función? Se espera que este trabajo contribuya a entender como los alumnos que inician su carrera de Ingeniería construyen conocimiento significativo, partiendo del enfoque visual, numérico y algebraico, apoyándose de las TIC o la tecnología que tienen a su alcance como lo son: softwares con poder de graficación y herramientas numéricas.

La intervención educativa permitió observar que las exploraciones realizadas por los estudiantes les exigen conjugar sus habilidades en el manejo de las gráficas para la obtención de modelos matemáticos que se incorporan a su cognición respecto a la forma de describir los fenómenos funcionales entre variables, describiendo los fenómenos de los problemas sin la necesidad de adentrarse en la formalidad, pero sí, con la capacidad de determinar, observar y comprender el concepto de función.

Palabras Clave: MEA, concepto de función, función lineal, variación, Cálculo.

ABSTRACT

This paper reports the results of an educational intervention whose purpose was to analyze the generation of the mathematical concept called function, which should be constructed by engineering students. The subject is approached, using firstly the physical variation and later on, Thinking Revealing Activities (MEA).

MEAs allow us to visualize the development of knowledge from the experiences generated through experimentation and our students' own ability to generate and interpret data that serve to characterize physical phenomena such as "variation and change".

The research starts from the central question: Can physical variation help a student to understand the concept of function? It is expected that this work will contribute to understand how students who start their engineering career build meaningful knowledge, starting from the visual, numerical and algebraic approach, relying on ICT or the technology they have at their disposal such as: software with graphing power and numerical tools.

The educational intervention allowed us to observe that the explorations carried out by the students require them to combine their skills in the handling of graphs to obtain mathematical models that are incorporated into their cognition regarding the way of describing functional phenomena between variables, describing the phenomena of the problems without the need to go into formality, but with the ability to determine, observe and understand the concept of function.

Keywords: MEA, function concept, linear function, variation, calculus.

1 INTRODUCCIÓN

Al hacer mención del subsistema de educación superior, de los alumnos que se encuentran estudiando una Ingeniería y de las matemáticas que se ven inmersas en su carrera, no es de dudarse, que dentro del proceso educativo, el aprendizaje de las mismas juega un papel muy importante, es decir; cada vez se demanda más que los estudiantes de nivel superior cuenten con las bases primordiales de la matemática; por lo que, entonces es indispensable especular acerca de las condiciones que incurren en el proceso de aprendizaje de una de las asignaturas que causa en muchas ocasiones temor en los estudiantes, la mencionada disciplina es el Cálculo.

Al respecto (Saladén, 2014) menciona en su trabajo al citar a Godino, Batanero y Font que: “El fin específico de la didáctica de las matemáticas, como campo de investigación, es el estudio de factores que condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo de programas de mejora de dichos procesos”. Con lo anterior se puede decir que, según el modelo educativo basado en competencias, corresponde al docente propiciar en los estudiantes las competencias oportunas que permitan dar significado a los conceptos de esta disciplina, a través de su aplicación en diferentes áreas del conocimiento.

Por otra parte, (Mateus, 2011) menciona que: la enseñanza del Cálculo plantea desde un principio, tanto la derivación como la integración: dos asuntos diferentes que convergen. Desde el siglo XVII se descubrió la convergencia de los dos tipos fundamentales de problemas a los que el Cálculo se dirigía: áreas bajo curvas, volúmenes (integrales) y el cálculo de máximos y mínimos, tangentes a curvas en ciertos puntos precisos (derivada). En ambos procesos, la integración y la derivación convergen, lo que es la esencia precisamente de lo que se conoce como el Teorema Fundamental del Cálculo, (TFC) al ser dos asuntos diferentes; pero que conducen a la misma conclusión teórica.

El campo de estudio de la presente investigación se plantea a manera de acotamiento, para estudiantes de Ingeniería pertenecientes al Tecnológico Nacional de México (TecNM) particularmente para alumnos de Ingeniería Mecánica de Instituto Tecnológico Superior de Tepexi de Rodríguez. En este sistema, se manejan cinco cursos que se dividen de la forma siguiente: Cálculo Diferencial,

Cálculo Integral, Álgebra Lineal, Cálculo Vectorial, y Ecuaciones Diferenciales; los cuales se imparten por semestres.

Lo antes mencionado implica que casi la mitad de la carrera los estudiantes están involucrados con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ya que durante su formación se involucran con la aplicación de las matemáticas en problemas reales.

Con relación a esta idea (SATCA, 2010) caracteriza a la asignatura como: aquella en donde los alumnos estudian los conceptos sobre los que se construye todo el Cálculo: números reales, variable, función y límite; se razona que: utilizando estos tres conceptos se establece uno de los esenciales del Cálculo: la derivada, concepto que permite analizar razones de cambio entre dos variables, noción de trascendental importancia en las aplicaciones de la Ingeniería.

2 MARCO TEÓRICO Y CUERPO DE TRABAJO

Asociado a lo que ya se ha comentado; es necesario mencionar que la interpretación y la cognición de los conceptos o ideas que se han considerado como importantes en este trabajo son subjetivas para cada lector. Para lograr que el alumno aprenda el concepto de función se utiliza un método didáctico experimental que sirve de refuerzo a la interpretación y representación de dicho concepto, el cual consiste en fusionar la parte gráfica/visual/conceptual/numérica con problemas contextualizados que permita el modelado matemático significativo.

Se tiene como propósito observar bajo una perspectiva diferente a la habitual, como es que los estudiantes que recién comienzan sus estudios de Ingeniería, construyen para sí conocimientos que se esperan sean motivo de apropiación de los mismos. Una intención más profunda consiste en interpretar como un concepto (variación física), que se representa en su forma geométrica (gráfica), numérica, algebraica y real, puede infringir en la conversión de nuestra cognición, de la percepción del concepto de función; con esto también se pretende contribuir en la consolidación adecuada de este conocimiento ya que se piensa será el preámbulo para el Cálculo Diferencial.

Se considera entonces, que retomar a la variación física en los primeros semestres no es repetir lo visto en el bachillerato, sino que más bien es una herramienta para la recuperación o reforzamiento de los conceptos esenciales que los estudiantes han puesto de lado o simplemente dejaron pasar durante su educación media superior y que en la más extrema de las situaciones es la primera introducción a este tema por parte de los alumnos. Para este fin se aborda la interpretación del concepto de función sin encuadrarse dentro de la asiduidad y rigor convenientes de los cursos de Cálculo que se imparte a los estudiantes, sino, más bien como un concepto construido a partir de la representación

gráfica; es decir, analizar la construcción de la función como un resultado de la experimentación y percepción física, la cual puede considerarse como propia del ser humano.

Sobra mencionar que el estudio de las relaciones funcionales puede apoyarse eficazmente en una representación gráfica; es decir, es observable que es una buena estrategia utilizar el aspecto visual para lograr mejores resultados al dar a conocer el concepto de función; sin embargo, como mencionan (Cantoral & Montiel, 2003) se debe entender a la visualización, no como el simple acto de ver, pues visualizar una función, por ejemplo, no significa solamente verla, mirar o contemplar su gráfica, de hecho es posible visualizarla sin verla.

De lo anterior puede concluirse que el Cálculo tiene como bondad ser una herramienta que puede explorarse de forma visual, es por eso que puede ser manipulado con algún *software*, a fin de cálculos matemáticos; tal como puede ser: Matlab, Geogebra, Derive, Maple, etcétera. De esta manera el aspecto gráfico se complementa con estas herramientas, ya que dicho aspecto puede ser muy importante en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Al respecto (Mora, 2006) menciona que: los conceptos clave que aparecen en el Teorema Fundamental del Cálculo y que deben activar diferentes esquemas en el estudiante son: Función, Función continua, Intervalo, Primitiva de una función, Derivada de una función e Integral de una función.

En su trabajo (Cantoral & Montiel, 2003) expresan que el Cálculo Integral es un área que se involucra en muchos aspectos de la vida escolar; por lo tanto, el principal objetivo debe ser lograr que el estudiante pueda desarrollar competencias para la vida profesional, es decir; debe adquirir un conjunto de conocimientos, habilidades y destrezas que deben facilitar el acceso del alumno a conocimientos cada vez más complejos. Según estos autores: la visualización entonces, trata con el funcionamiento de las estructuras cognitivas que se emplean para resolver problemas, con las relaciones abstractas que se formulan entre las diversas representaciones de un objeto matemático, a fin de operar con ellas y obtener un resultado, pero, sobre todo, precisa de la participación en una cultura particular al compartir símbolos y significados que incluyan lo gestual.

Aplicando a la par la metodología de Lesh y Kelly (2000) citada en (Domínguez, 2009) donde se argumenta que mediante el uso de las Actividades Reveladoras del Pensamiento (MEA, por sus siglas en inglés) puede evocarse el pensamiento de los estudiantes; se tiene como objetivo es que el estudiante experimente en pequeños grupos como dar solución a un problema propuesto, el cual tiene más de una respuesta y más de una manera de plantear dicha respuesta. El problema debe pedir a los estudiantes que propongan una generalización a su modelo y una argumentación a su respuesta, lo cual permitirá al docente indagar sobre la forma que tiene cada estudiante de entender el problema y detectar áreas de oportunidad para desarrollar en el estudiante.

Desde una perspectiva de evaluación formativa el uso de esta metodología, considera que las respuestas de los estudiantes no son equivocadas, sino que son respuestas más eficientes. Una satisfacción personal para el docente es percibir que el estudiante sea capaz de involucrar la correspondencia entre los saberes del aula y los problemas particularizados fuera de ella, es decir; esto puede entenderse como que el estudiante está aplicando las competencias que ha perfeccionado a lo largo del curso. Por todo lo anteriormente planteado nos podemos hacer la siguiente pregunta de investigación: Si se utiliza la variación física como método de enseñanza, ¿el alumno aprende el concepto de función?

Así mismo, se retoma a la ecuación de primer grado para ser transformada en una función útil dentro del Cálculo, partiendo del enfoque visual, numérico y algebraico, apoyándose de las TIC, sin la necesidad de adentrarse a la formalidad, pero sí con la capacidad de determinar, observar y comprender el concepto de función.

3 METODOLOGÍA

La propuesta inicia con una evaluación diagnóstica realizada a doce alumnos de segundo semestre de la carrera de Ingeniería Mecánica del Instituto Tecnológico Superior de Tepexi de Rodríguez, la cual tiene como objetivo identificar el nivel de conocimientos que muestran los estudiantes para determinar si la aplicación de la intervención educativa era viable. Esta evaluación se dividió en tres secciones: diez preguntas de opción múltiple, dos ejercicios y un problema; se estima un tiempo de

60 minutos para su aplicación en el aula de clases, no se restringe el uso de calculadora y se especifica el carácter de la prueba, así como la consigna de no copiar a sus compañeros.

Como parte de la metodología se considera la forma en que aprenden los alumnos; para ello se aplica un test de estilos de aprendizaje, en este caso se seleccionó la prueba de Vark. Por comodidad para los estudiantes dicha actividad se efectúa en línea en el centro de cómputo de la institución y, a su vez, se solicitó a los alumnos que al obtener sus resultados se hicieran llegar al docente por correo electrónico; se estima un tiempo de 60 minutos para su aplicación y se especifica el carácter de la prueba, así como la consigna de no comentar sus respuestas a sus compañeros.

Una vez analizados los resultados de ambas evaluaciones se desarrolla la propuesta compuesta por tres actividades desarrolladas en sesiones individuales, dos de 120 minutos y una de 180 minutos respectivamente; se formaron equipos de tres personas. La primera actividad está diseñada para que los estudiantes conozcan inicialmente un potenciómetro y después el funcionamiento del mismo, el trasfondo de la misma es que el estudiante experimente con el fenómeno físico de girar un

potenciómetro y descubra que a pesar de que el movimiento es circular el comportamiento al graficarse manualmente o mediante el uso de un *software*, genera una función con comportamiento lineal.

La segunda actividad se diseñó para que los estudiantes conozcan el funcionamiento de un resorte, la intención de la misma es que el estudiante experimente con la deformación de un elemento cotidiano como lo es un resorte y descubra que a diferentes cargas axiales la deformación del resorte se comporta de una forma lineal la cual puede graficarse manualmente o mediante el uso de un *software*. La tercera actividad corresponde a una actividad reveladora del pensamiento, con esta se espera que los estudiantes se apoyen entre sí para dar solución mediante tablas, gráficas, y/o de manera algebraica a un problema propuesto particular para su especialidad como ingenieros mecánicos.

La estructura de la MEA consta de un relato sobre un caso de estudio real y sobre una aplicación básica de la función lineal para la construcción adecuada de un dinamómetro; se formaron equipos de tres personas y se proporcionó a los estudiantes el relato, después de leerlo pertinentemente realizaron las actividades enlistadas en el mismo las cuales están relacionadas al tema. Fue necesario esclarecer cualquier duda acerca de lo solicitado en el problema; sin embargo, se tuvo prudencia para no involucrarse en la solución del mismo, ya que, de no hacerlo la intención de la actividad pierde sentido didáctico. La actividad termina con la presentación de la solución y el producto al cual llegó cada equipo.

4 RESULTADOS

De acuerdo con la concentración de los valores numéricos conseguidos, las gráficas, tablas respuestas y cuestionamientos recabados en las actividades se presenta a continuación los resultados obtenidos en la intervención educativa.

De la evaluación diagnóstica

- De los resultados de la sección de preguntas; se puede observar que las que más resaltan son, la pregunta 7 la cual busca identificar si el estudiante entiende la diferencia o similitud entre los conceptos de función y de relación se identifica un 91.67% en contra. Por otro lado, la siguiente pregunta que destaca es la pregunta 10, la cual identifica si el alumno entiende el concepto de función de manera gráfica, se identifica un 83.33%.
- Analizando el apartado de los ejercicios, se puede percatar que el 66.67% de los estudiantes está en un nivel bueno, sin embargo, se requiere un reforzamiento para que el nivel de asimilación de conocimientos obtenga un mejor alcance. Para esta investigación el 33.33% es evaluable.

- Ahora bien, analizando el problema planteado, se observó que es otra de las áreas de oportunidad para aplicar la propuesta didáctica, ya que el 66.67% de los estudiantes tuvo carencias para dar solución a dicho problema. Cabe mencionar que en la mayoría de las evaluaciones analizadas no se mostró ni siquiera el mínimo esfuerzo por resolver el problema.

De la prueba de estilos de aprendizaje

- Del comportamiento de los estilos de aprendizaje predominantes en los alumnos se puede determinar que el 83% de los estudiantes cuentan con el estilo kinestésico como estilo predominante; aunque cabe señalar que el 58% corresponde al estilo lecto-escritor por lo que deberá tenerse en consideración

De la prueba del potenciómetro

- En general, se puede concluir que todos los equipos identifican que la resistencia eléctrica depende del movimiento de la perilla del potenciómetro, sin embargo, el equipo 3 confunde el concepto de resistencia eléctrica con la corriente eléctrica y con el concepto de energía, por lo que hay que esclarecer dichos términos, por lo que es necesario profundizar más en ello con este equipo. Los equipos 1, 2 y 4 utilizan propiamente el concepto de resistencia y argumentan de mejor manera la relación entre las dos variables; específicamente se deben rescatar los conceptos encontrados por los equipos 2 y 3, los cuales definen como: variación y pendiente ascendente respectivamente.
- De la rúbrica de evaluación; se pueden notar algunos detalles como por ejemplo, que los equipos 1 y 2 demostraron un rendimiento similar, sin embargo, para fines discriminantes el mejor registro en la identificación de la función entre las variables lo tiene el equipo 3; seguido de los equipos 2 y 1. El equipo 4 requiere afianzar más sus conocimientos.

De la prueba del resorte

- En general, todos los equipos realizaron una recolección y tabulación de datos de forma manual. Todos los equipos optaron por realizar la gráfica utilizando Microsoft Excel y también compararon sus resultados utilizando Geogebra al mismo tiempo, sin embargo, puede notarse que se obtuvieron mejores resultados visuales con el uso de Microsoft Excel situación que fue recalcada por los alumnos; todos los equipos encontraron la función lineal con ayuda del software.
- Argumentativamente hablando todos los equipos identifican que el alargamiento depende del peso que se agrega al resorte, sin embargo, sólo los equipos 1, 2 y 3 introducen el concepto de módulo de elasticidad del resorte. Puede resaltarse que los equipos 2, 3 y 4 introducen de manera reveladora

inconsciente una de las propiedades más importantes de los resortes, es decir, la deformación plástica por lo que podemos ahondar en este tema y pulir el concepto de módulo de elasticidad y constante de rigidez del resorte.

- De la rúbrica de evaluación; se pudieron notar algunos detalles, como por ejemplo, los equipos del 1 al 4 demostraron un rendimiento más estandarizado, sin embargo, para fines discriminantes el mejor registro en la identificación de la función entre las variables lo tiene el equipo 3, seguido de los equipos 4 y 1. El equipos 2 requiere afianzar un poco más sus conocimientos.

De la actividad reveladora del pensamiento

- De la metodología citada en (Domínguez, 2009) se observa que no hay respuestas correctas, pero se pueden notar algunos detalles que sirven para mejorar la propuesta educativa. Se puede partir del hecho de que todos los equipos prefirieron utilizar las TIC para esta actividad, se considera que la fabricación del dinamómetro involucra haber entendido la variación física y la relación que existe entre el alargamiento del resorte y al peso que se agrega al resorte. Se puede decir, que los equipos entendieron la relación funcional, ya que al saber que el alargamiento es proporcional a la carga; con esto el alumno puede predecir cuanto alargamiento tendrá el resorte al aplicar una carga, sin necesidad de realizar la prueba.

5 CONCLUSIONES

De acuerdo con la pregunta de investigación y una vez tomadas en cuenta las características englobadas en las gráficas de la Actividad 1 y la Actividad 2 pudo notarse que los estudiantes retomaron la forma más básica de la graficación (tabulación manual), es interesante ver como ninguno de los equipos desarrolló una tabulación horizontal. Así mismo, al momento de utilizar la tecnología para realizar sus estudios, fue visible la asignación adecuada de los significados de las variables involucradas, después de experimentar con la variación física de primer orden.

Si bien el aprendizaje matemático puede obtenerse por situaciones vivenciales y lo proporcionado por los docentes, fue claramente observable que al involucrar a los estudiantes a que se sumergieran en estas actividades provocó que ellos se volvieran más críticos y más analíticos con respecto a lo experimentado, ya que son ellos quienes adquieren conocimiento a partir de una intuición y así pueden determinar una solución más real. Con la propuesta educativa enfocada a problemas contextualizados de variación física, los estudiantes lograron obtener la construcción de un conocimiento sólido.

La aplicación de la estrategia de enseñanza-aprendizaje como las MEA son de mucho apoyo para lograr el objetivo propuesto; el participar en equipos y presentar la solución como una exposición, hace que los demás estudiantes observen la habilidad y capacidad con la que los demás resolvieron sus problemas.

Es claro que la actividad de los dinamómetros determina finalmente si el estudiante comprendió la utilidad de la función lineal, es decir; cómo algo simple puede terminar siendo útil para producir un producto terminado. También es notorio en este trabajo que el uso de la tecnología en la actualidad debe considerarse como una herramienta didáctica para el docente, ya que proporciona mayor oportunidad para realizar representaciones verbales y gráficas, sin embargo, se debe ser prudente al tratar de sustituir los resultados algebraicos por estas opciones de resultados.

Finalmente puede decirse, que involucrar la variación física en el proceso de aprendizaje del concepto de función y la herramienta tecnológica permite a los estudiantes aprender adecuadamente dicho concepto. Puede decirse que se cumplieron los objetivos de la intervención educativa.

REFERENCIAS

- Cantoral, R., & Montiel, G. (2003). Visualización y pensamiento matemático. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México, 1-7.
- Domínguez, Á. (2009). Actividdes Reveladoras del Pensamiento: Más que una forma de aprendizaje activo. X Congreso Nacional de Investigación Educativa, México.
- Mateus, E. (2011). Epistemología de la derivada como fundamento del calculo diferencial. Voces y Silencios: Revista Latinoamericana de Educación, 3-21.
- Mora, H. (2006). Concepción Proceso-Objeto de función en la comprensión del Teorema Fundamental del Cálculo. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, 1-183.
- Saladén, Á. (2014). Sistematización de prácticas pedagógicas en la Fundación Universitaria Tecnológico COMFEMALCO: Acompañamiento a docentes de cálculo. I Congreso Internacional de Investigación en Lenguajes, Uniquindio, 1-15.
- SATCA. (2010). Programa de Cálculo Diferencial: ACF-0901. México: Sistema de Asignación y Transferencia de Créditos Académicos (SATCA).